ESERCIZI 06 – TEOREMI DERIVATE

1) Calcolare i seguenti limiti utilizzando, se possibile, il teorema di de l'Hospital.

a. $\lim_{x\to x_0}\left(\frac{3+x}{x}\right)^x$ con $x_0 = 0,+\infty,-\infty$

b. $\lim_{x\to x_0}\left(1+\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{x}}$ con $x_0 = 0,+\infty$

c. $\lim_{x\to x_0}\frac{\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x^{-1}}$ con $x_0 = 0,+\infty,-\infty$

d. $\lim_{x\to x_0}(2x-3)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ con $x_0 = 0,+\infty,-\infty$

e. $\lim_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1}{x^2-1}$

f. $\lim_{x\to 1/3}\frac{\mathrm{sen}(3x-1)}{3x^2-x}$

g. $\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sen}^2(2x)}{1-\cos x}$

2) Stabilire se è applicabile il teorema di Rolle alle seguenti funzioni negli intervalli indicati e, in caso affermativo, determinare i valori che verificano la tesi del teorema.

a. $f(x) = \frac{2x^2+1}{1-5x}$ nell'intervallo $\left[-\frac{5}{2}, 0\right]$

b. $f(x) = \begin{cases}\sqrt{\ln x} & x \geq 1\\ 1-x & x < 1\end{cases}$ nell'intervallo $[0, e]$

c. $f(x) = e^{-|x|}$ nell'intervallo $[-3, 3]$

3) Determinare il valore di k affinchè sia applicabile il teorema di Rolle alla funzione
$f(x) = 4x^5 - x^3$ nell'intervallo $[k, 0]$
Determinare successivamente i valori che verificano la tesi del teorema.

4) Determinare il valore di b affinchè sia applicabile il teorema di Lagrange alla funzione
$f(x) = \begin{cases}x^2+x+2 & x \leq 1\\ 4e^{b|x-1|} & x > 1\end{cases}$ nell'intervallo $[0, 2]$
Determinare successivamente i valori che verificano la tesi del teorema.

5) Stabilire se è applicabile il teorema di Lagrange alla funzione
$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ nell'intervallo $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$
In caso affermativo determinare i valori che verificano la tesi del teorema.