

ESERCIZI 09 - Esercizi su integrali definiti

1) Studiare le seguenti funzioni integrali determinandone il campo di esistenza.

Suggerimento: per determinare il dominio di $F(x)$ scegliere il massimo intervallo in cui la funzione integranda è continua, tenendo conto di dove cade il punto iniziale x_0)

a) $F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{t} dt$

b) $F(x) = \int_{-1}^x \frac{e^t}{t} dt$

c) $F(x) = \int_1^x t \ln t dt$

2) Calcolare l'area delle regioni limitate comprese fra i grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$:

Suggerimento: disegnare i grafici di $f(x)$ e $g(x)$ e determinare dove $f(x) > g(x)$ e idove $f(x) < g(x)$.

a) $f(x) = x^3 - x^2, g(x) = 0$

b) $f(x) = x^3 - x^2, g(x) = x^2 - 1$

b) $f(x) = 2 - x, g(x) = x^2 - x$

3) Determinare il valor medio v_m delle seguenti funzioni nell'intervallo I segnato a fianco di ciascuna. Determinare inoltre se sono verificate le ipotesi del teorema della media integrale e, in caso affermativo, calcolare per quale valore c appartenente a I vale $v_m = f(c)$.

a) $f(x) = x^2 \quad I = [-1, 1]$

b) $f(x) = |x| \quad I = [-1, 1]$

c) $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \leq 0 \\ 1 - 2x & x > 0 \end{cases} \quad I = [-1, 1]$

d) $f(x) = 1 - |1 - x| \quad I = [-1, 1]$

e) $f(x) = 1 - |1 - x| \quad I = [0, 2]$