

## Esercizi 11 – Spazi vettoriali e rango

1. Calcolare il rango delle seguenti matrici

a.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ .

b.  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ .

c.  $C = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

d.  $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

2. Stabilire se i seguenti vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti.

a.  $a = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$

b.  $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$  e  $c = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$

c.  $a = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  e  $c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

3. Dati i seguenti insiemi di vettori, stabilire la dimensione del sottospazio lineare generato e dire se sono basi di tale sottospazio.

a.  $a = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$

b.  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}$  e  $c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

4. Scrivere il vettore  $y \in \mathbb{R}^3$  come prodotto  $Ax$  e determinare la dimensione dello spazio generato dalle colonne di  $A$ .

a.  $y = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \end{bmatrix}$

b.  $y = \begin{bmatrix} a \\ -3a \\ 2a \end{bmatrix}$

c.  $y = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_2 \\ -x_1 - 2x_2 \end{bmatrix}$

d.  $y = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 \end{bmatrix}$