

# Sistemi dinamici

Lorenzo Peccati

3 settembre 2019

### **Legge del moto in dimensione 1:**

$$x(t+1) = f[x(t), t]$$

per es.:

$$x(t+1) = x(t) + x(t)g(t) = x(t)[1 + g(t)]$$

**Legge del moto in dimensione 2:**

$$\begin{cases} x_1(t+1) = f_1[x_1(t), x_2(t), t] \\ x_2(t+1) = f_2[x_1(t), x_2(t), t] \end{cases}$$

Per es.:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = 2x_1(t) - 3tx_2(t) \\ x_2(t+1) = 3t^2x_1(t) - x_2(t) + t/10 \end{cases}$$

Scrittura in alternativa:

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1(t) - 3tx_2(t) \\ 3t^2x_1(t) - x_2(t) + t/10 \end{bmatrix}$$

scrittura compatta:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$$

## Equilibrio

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{x}^*$$

onde:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*, t)$$

**Sistemi autonomi**

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

**Equazione d'equilibrio**

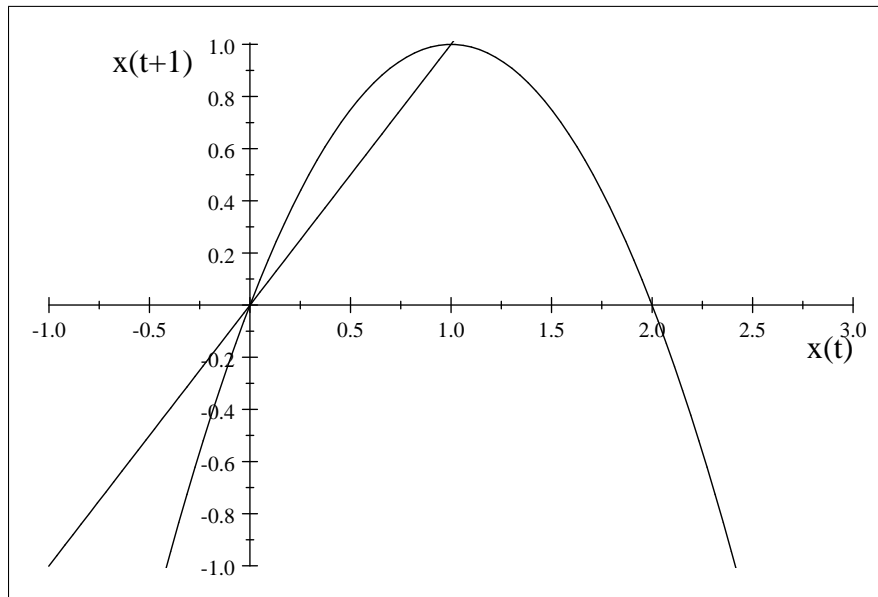
$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

## Diagramma di fase (dimensione 1)

**Esempio** — La legge del moto è:

$$x(t+1) = x(t) + x(t)[1 - x(t)]$$

Il diagramma di fase è:



ci sono due equilibri: 0 e 1.

**Stabilità locale dell'equilibrio (dimensione 1)**

Garantita localmente se:

$$|f'(x^*)| < 1$$