21/10/26

① $i = C\frac{dv}{dt}$ CONDENSATORE

② $v = L\frac{di}{dt}$ INDUTTORE

DA DOMINIO DEL TEMPO A QUELLO DELLE FREQUENZE

$\frac{dv}{dt} \Longrightarrow j\omega \bar{V}$ OPERAZ. (DERIVATA) ⇓ MOLTIPLICO X $j\omega$

$\int i\,dt \Longrightarrow \frac{\bar{I}}{j\omega}$ OPERAZ. INTEGRALE ⇓ DIVIDO X $j\omega$

① $\bar{I} = C\,j\omega\,\bar{V}$ (LINEA sopra $\bar{V}$) FASORE RAPPRESENTA UN VETTORE ROTANTE

② $\bar{V} = L\,j\omega\,\bar{I}$

SI DEFINISCE IMPEDENZA $\bar{Z}$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

RAPPORTO TRA $\bar{V}$ e $\bar{I}$ in un bipolo

ESSA RAPPRESENTA QUANTO IL BIPOLO SI OPPONE AL PASSAGGIO DI CORRENTE

$\bar{V} = \bar{Z}\cdot\bar{I}$ ← LEGGE DI OHM (REGIME PERIODICO ALTERNATO)

L'IMPEDENZA NON È UN FASORE (NON RUOTA) (NONOSTANTE SIA RAPPORTO TRA FASORI) MA È CMQ UN N° COMPLESSO!

FORMA CARTESIANA DELL'IMPEDENZA

$$\bar{Z} = R + jX$$

$\bar{Z}$ → HA PARTE REALE PARI ALLA RESISTENZA

$$\mathrm{Re}(\bar{Z}) = R$$

↳ HA PARTE ~~IMMARIA REALE~~ IMMAGINARIA PARI ALLA REATTANZA

$$\mathrm{Im}(\bar{Z}) = X$$ ← SUA DEFINIZIONE

$\bar{Z}$ DEI PRINCIPALI ELEMENTI R, L, C:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

$\frac{1}{j} = -j$

CONDENSATORE (1) $\bar{I} = j\omega C \bar{V} \rightarrow \bar{Z}_C = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$

↳ IMPEDENZA DEL CONDENSATORE

INDUTTORE (2) $\bar{V} = j\omega L \bar{I} \rightarrow \bar{Z}_L = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = j\omega L$

↳ IMPEDENZA DELL'INDUTTORE

SONO IMMAGINARIE

PER RESISTENZA SI HA

(3) $\bar{V} = R \cdot \bar{I} \rightarrow Z_R = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = R$ ← E' SOLO REALE

$$\bar{Z} = R + jX$$

È IL "COEFFICIENTE" DI j

REATTANZA È UN NO REALE!

FORMULA DEFINITA CON $+ \hookrightarrow X_C < 0$

CASO (ELEMENTO)	$\bar{Z}$	REATTANZA X	RESISTENZA R
R	$\bar{Z}_R = R$	$X_R = \emptyset$	$R = R$
L	$\bar{Z}_L = j\omega L$	$X_L = \omega L$ REATTANZA INDUTTIVA	$R = \emptyset$
C	$Z_C = -j\cdot\frac{1}{\omega C}$	$X_C = -\frac{1}{\omega C}$ REATTANZA CAPACITIVA	$R = \emptyset$

$$\bar{Z} = Z\angle\theta$$

↑ MODULO DI Z (NOTAZIONE CORRETTA: $|\bar{Z}|$)

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \arctan\frac{X}{R}$$

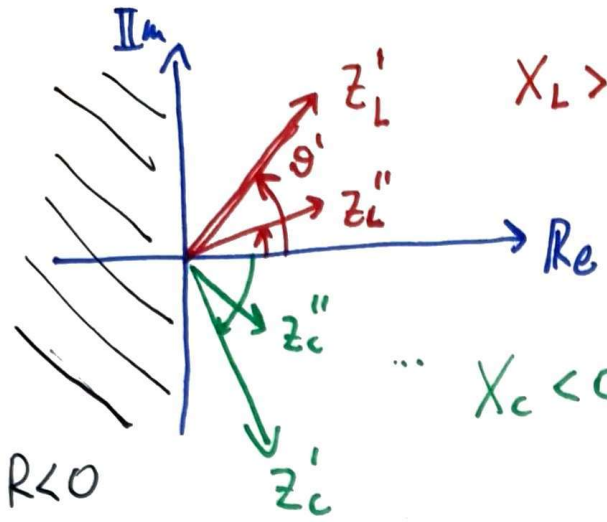
THETA

O ANCHE $R = Z\cdot\cos\vartheta$

$X = Z\sin\vartheta$

IMPEDENZA

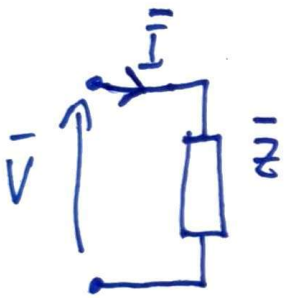
- INDUTTIVA (QUANDO PREVALGONO GLI ELEMENTI INDUTTIVI) $|X_L| > |X_C| \rightarrow X > 0$
- CAPACITIVA (VICEVERSA) $|X_L| < |X_C| \rightarrow X < 0$



$X_L > 0$ $\quad \vartheta_L > 0$ $\quad \bar{Z} = R + jX$

$\vartheta_C < 0$ $\quad X_C < 0$ $\quad$ R è SEMPRE ≥ 0

$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$ $\qquad \bar{I} = \dfrac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \dfrac{V \angle \varphi}{Z \angle \vartheta} = I \angle \varphi - \vartheta$

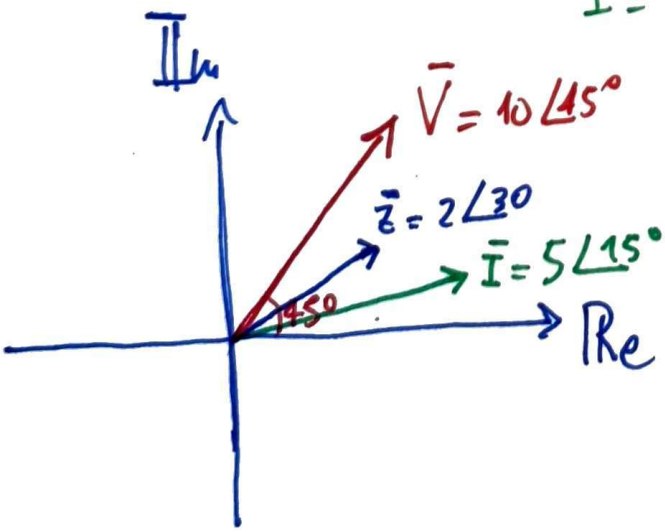


ESEMPIO

$\bar{V} = 10 \angle 45°$ $\quad \leftarrow \varphi$ V

$\bar{Z} = 2 \angle 30° \ \Omega$ $\quad \vartheta = 30° > 0$ È INDUTTIVA

$\bar{I} = \dfrac{10}{2} \angle 45 - 30 = 5 \angle 15$ A



— LA CORRENTE È IN RITARDO RISPETTO ALLA TENSIONE (ROTAZIONE VERSO ANTIORARIO)

IN GENERALE

- UNA IMPEDENZA INDUTTIVA GENERA RITARDO NELLA CORRENTE (RISPETTO A TENSIONE)
- UNA IMPEDENZA CAPACITIVA ($\vartheta < 0$) GENERA ANTICIPO NELLA CORRENTE

L'INVERSO DELL'IMPEDENZA È L'AMMETTENZA $\bar{Y}$

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$$

RAPPRESENTA LA "FACILITÀ" CON CUI LA CORRENTE PASSA IN UN BIPOLO

$$\bar{Y} = G + jB$$ ← DEFINIZIONE CARTESIANA DI $\bar{Y}$

- G: PARTE REALE → CONDUTTANZA
- B: PARTE IMMAGINARIA → SUSCETTANZA

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$

$R - jX$: COMPLESSO CONIUGATO

$$= \frac{R}{R^2+X^2} + j\frac{(-X)}{R^2+X^2}$$

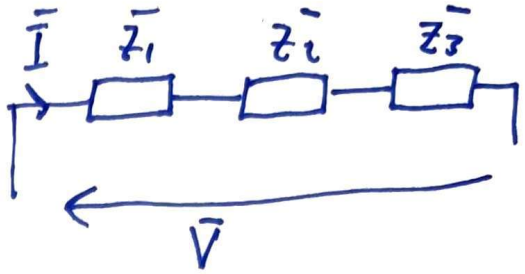
$$Y = G + jB$$

$$G = \frac{R}{R^2+X^2} \qquad B = -\frac{X}{R^2+X^2}$$

$$G \neq \frac{1}{R}$$ (COME SI AVEVA IN CORRENTE CONTINUA!)

DEFINITE $\bar{Z}$ e $\bar{Y}$, LE REGOLE DEL REGIME STAZIONARIO (CORRENTE CONTINUA) VALGONO EQUIVALENTEMENTE

AD ESEMPIO:



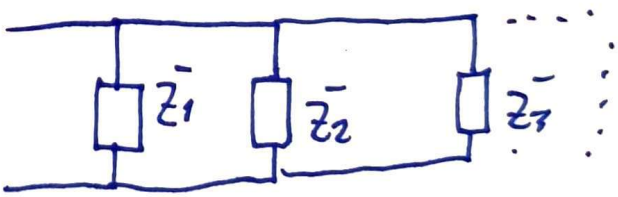
SERIE DI IMPEDENZE

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3$$

$$\bar{Y}_{eq} = \left(\frac{1}{\bar{Y}_1} + \frac{1}{\bar{Y}_2} + \frac{1}{\bar{Y}_3}\right)^{-1}$$

CONVIENE USARE LE IMPEDENZE SOPRATTUTTO IN FORMA CARTESIANA $\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1$

PARALLELO DI IMPEDENZE



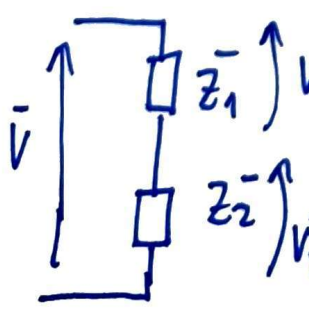
$$\bar{Z}_{eq} = \left(\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3}\right)^{-1}$$

$$\bar{Y}_{eq} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \ldots \bar{Y}_N$$

SE HO SOLO 2 Z IN PARALLELO

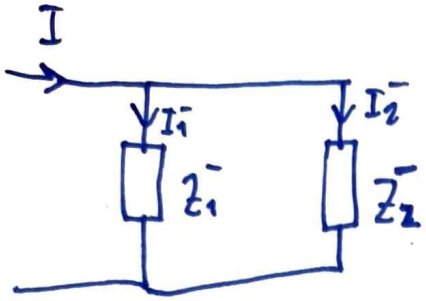
$$\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$$

VALGONO ANCORA I PARTITORI



$$\frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_1}$$

PARTITORE TENSIONE $\left(\frac{\bar{V}_i}{\bar{Z}_i}\right)$



PARTITORE CORRENTE (SOLO DUE IMPEDENZE)

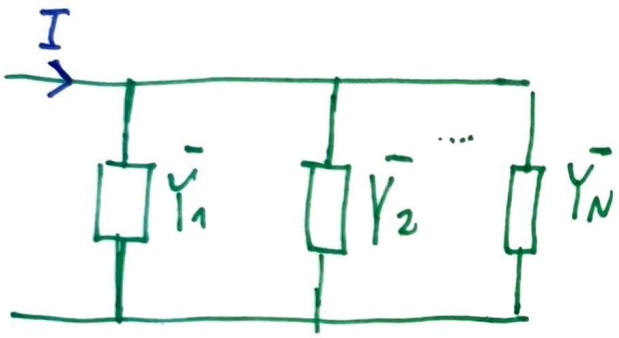
$$\frac{\bar{I}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{Z}_1}$$

$\bar{I}_1$: I RAMO

$\bar{Z}_2$: Z RAMO OPPOSTO

PARTITORE CORRENTE (CASO GENERALE)

+ DI DUE RAMI



$$\bar{I} = \bar{Y}_{eq} \cdot \bar{V}$$

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_i \cdot \bar{V}$$

$$\frac{\bar{I}}{\bar{Y}_{eq}} = \frac{\bar{I}_i}{\bar{Y}_i}$$

$$\frac{\bar{I}}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_N} = \frac{\bar{I}_i}{\bar{Y}_i}$$

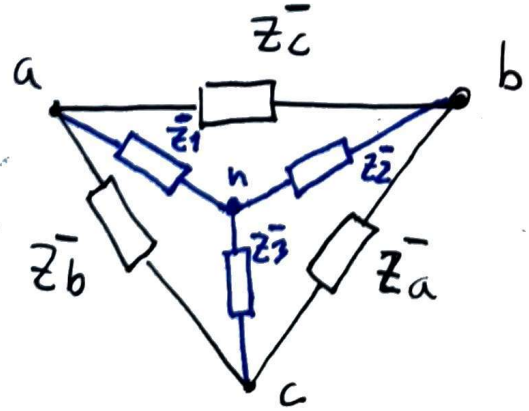
$\bar{I}_i$: I RAMO

$\bar{Y}_i$: Y RAMO

USO Y

(NON È PIÙ IL RAMO OPPOSTO)

ANCHE Δ/Y RIMANE UGUALE



CONVERSIONE $Y \rightarrow \Delta$

$$\bar{Z}_a = \frac{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_3 + \bar{Z}_1\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1}$$

← SOMMA PRODOTTI $\bar{Z}$ DI LATO

← IMPEDENZA OPPOSTA INTERESSE A QUELLA DI CALCOLO

$$\bar{Z}_b = \frac{__ + __ + __}{\bar{Z}_2}$$

← SOPRA È UGUALE

← OPPOSTA $\bar{Z}_b$

$$\bar{Z}_c = \frac{__ + __ + __}{\bar{Z}_3}$$

← OPPOSTA $\bar{Z}_c$

CONVERSIONE $\Delta \rightarrow Y$

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_b\bar{Z}_c}{\bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c}$$

← SOPRA È MOLTIPLICAZIONE DELLE $\bar{Z}_\Delta$ CHE TOCCANO $\bar{Z}_1$

← SOTTO È LA SOMMA DELLE $\bar{Z}$ DI TRIANGOLO $\sum \bar{Z}_\Delta$

$$\bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_c \cdot \bar{Z}_a}{\sum \bar{Z}_\Delta}$$

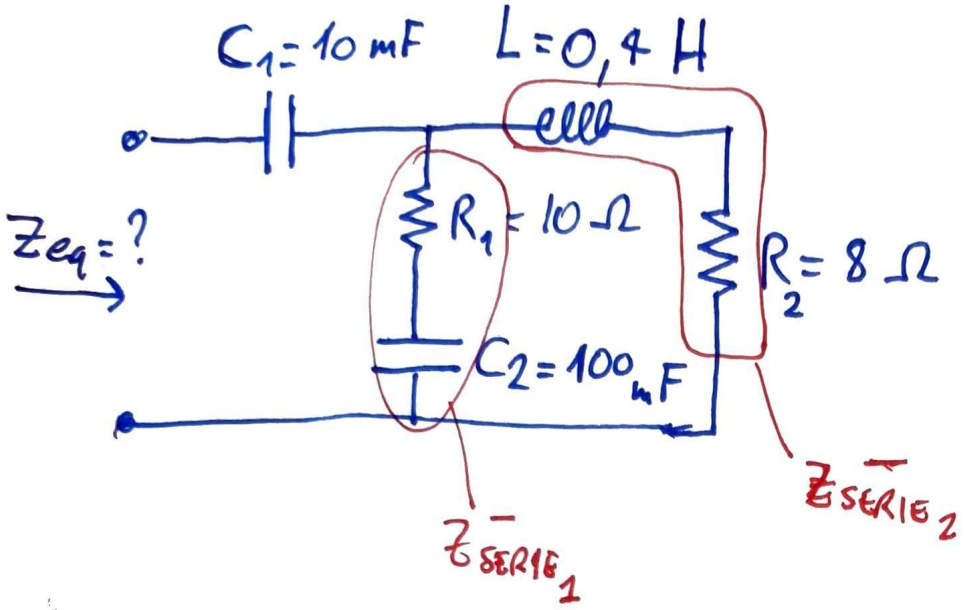
$$\bar{Z}_3 = \frac{\bar{Z}_b \cdot \bar{Z}_a}{\sum \bar{Z}_\Delta}$$

(STESSE REGOLE DELLA CONTINUA)

DATO IL CIRCUITO

DET. IMPEDENZA EQUIVALENTE AI MORSETTI

PER $\omega = 314$ rad/s



ω è LA PULSAZ.

$\omega = 2\pi \cdot f$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{6,28} = 50$ Hz

(E' LA FREQUENZA DELLA RETE NAZIONALE)

DEVO CALCOLARMI LE Z ALLA

- DATA FREQUENZA (O PULSAZIONE)

$\bar{Z}_{C_1} = R_c + jX_c$

$= \emptyset + j\frac{(-1)}{\omega C_1} = -j\frac{1}{314 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = -j\,3,185\ \Omega$

X_{C_1}

- RISOLVO CON SERIE E PARALLELI DI Z

$\bar{Z}_L = R_L + jX_L$

$= \emptyset + j\omega L = j\,314 \cdot 0,4 = j\,125,6\ \Omega$

X_L

$\bar{Z}_{C_2} = -j\frac{1}{\omega C_2} = -j\frac{1}{314 \cdot 0,1} = -j\,0,0318\ \Omega$

X_{C_2}

$$\bar{Z}_{SERIE_1} = R_1 + j X_{C_2} = (10\,\Omega - j\,0{,}0318)\,\Omega$$

OPPURE $\bar{Z}_{R_1} + \bar{Z}_{C_2}$

$$\bar{Z}_{SERIE_2} = R_2 + j X_L = (8 + j\,125{,}6)\,\Omega$$

↳ CONVIENE TRASFORMARE IN POLARE

$$\bar{Z}_{SERIE_i} = \sqrt{R^2 + X^2}\,\angle \operatorname{atan}\frac{X}{R}$$

$$\bar{Z}_{//} = \frac{\bar{Z}_{SERIE_1} \cdot \bar{Z}_{SERIE_2}}{\bar{Z}_{SERIE_1} + \bar{Z}_{SERIE_2}}$$

↳ USO FORMA POLARE PER MOLTIPLICAZ. E DIVISIONI

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_{C_1} + \bar{Z}_{//}$$

