4/11/2026

POTENZA ISTANTANEA

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \vartheta_V)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \vartheta_I)$$

$$p(t) = V_m \cdot I_m \cos(\omega t + \vartheta_V) \cdot \cos(\omega t + \vartheta_I)$$

TRIGO

(a) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

(b) $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

↓ SOMMANDO (a)+(b)

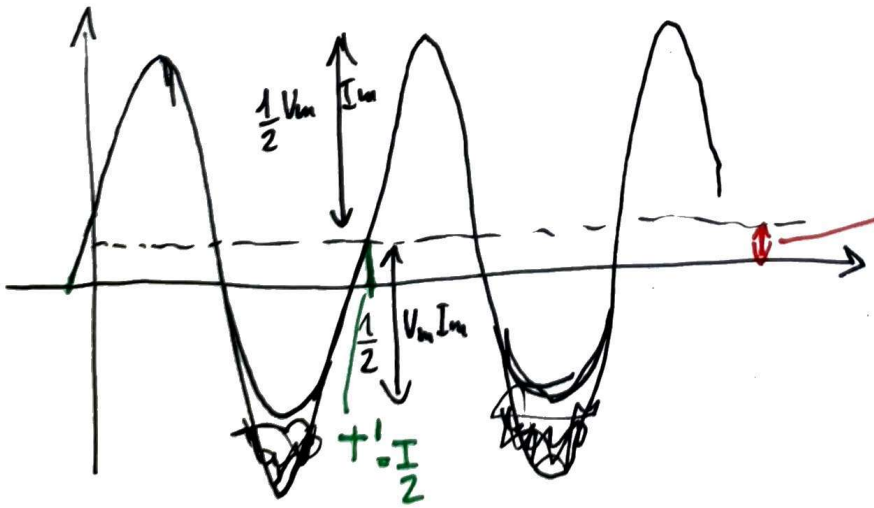
$\cos(\alpha)\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\vartheta_V - \vartheta_I) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \vartheta_I + \vartheta_V)$$

2 COMPONENTI

Indipendente da t ← VALORE MEDIO POTENZA

HA DIPENDENZA DA t (2ωt)

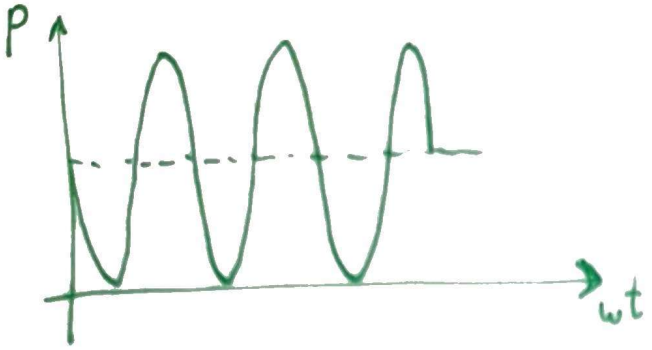


VALORE MEDIO $\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\vartheta_V - \vartheta_I)$

POTENZA MEDIO
↳ "POTENZA ATTIVA"

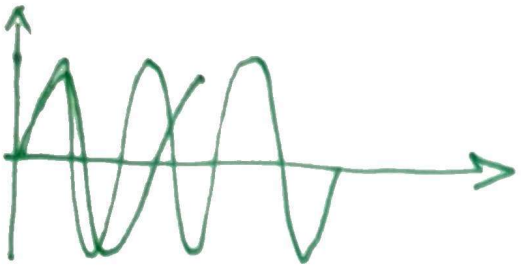
PERIODICITA' $2\omega t$ $\quad T' = \frac{T}{2}$

↳ SE HO FORME V e I a 50 Hz, LA P varia a 100 Hz



CARICO PURAMENTE RESISTIVO HO $P_{MEDIA\ MAX}$ $(\vartheta_V - \vartheta_I) = \emptyset$

$P_{media\ MAX} = \frac{1}{2} V_m I_m$ $\cos\emptyset = 1$



CARICO PURAMENTE L o C

HO POTENZA MEDIA = 0

$(\vartheta_V - \vartheta_I) = \pm 90°$

$\cos(\pm 90) = \emptyset$

VALORI EFFICACI

Valore efficace di corrente periodica è la corrente costante in grado di fornire a un resistore la stessa potenza della corrente periodica

$P = v \cdot i = \frac{v^2}{R} \cdot i^2 R$

$$(1)\quad P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot R\, dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2\, dt$$

DEFINIZIONE DI POTENZA MEDIA NEL PERIODO

$$(2)\quad P_{eff} = I_{eff}^2 \cdot R \leftarrow \text{corrente CONTINUA}$$

UGUAGLIANDOLI E RISOLVENDO per I $\Rightarrow$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt}$$

definizione valore efficace

Media del quadrato sotto radice

ROOT MEAN SQUARE → RMS

IN GENERALE

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2\,dt}$$

se le forme sono sinusoidali

$$i(t) = I_m \cos \omega t$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t\,dt}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\left(1+\cos 2\omega t\right) dt}$$

↑ RICAVA ANCHE CON FORMULA DI PRIMA $\alpha = \omega t$ $\beta = \omega t$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\left(\int_0^T \frac{1}{2}\,dt + \int \cos 2\omega t\,dt\right)}$$

PERIDICO ALTERNATO

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T \cdot 2}\left(T - \emptyset\right)} = \boxed{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$



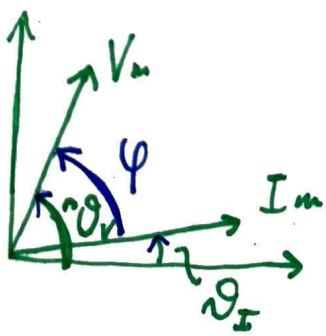
Valore massimo

POTENZA MEDIA "ATTIVA"

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\vartheta_V - \vartheta_I)$$

$$= V_{RMS} \cdot I_{RMS} \cdot \cos(\vartheta_V - \vartheta_I)$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\vartheta_V - \vartheta_I)$$



VALE + LA CONTINUA

FATTORE DI POTENZA

$$P = V_{RMS} I_{RMS} \cos\varphi$$

ALTERNATA

IN UN RESISTORE VALE $\rightarrow \cos\varphi = \cos(\vartheta_V - \vartheta_I) = 1$

$$P = V_{RMS} \cdot I_{RMS} \cdot 1 = \frac{V_{RMS}^2}{R} = R \cdot I_{RMS}^2$$

SI DEFINISCE POTENZA APPARENTE S

IL PRODOTTO

$$S = V_{RMS} \cdot I_{RMS}$$

UNITÀ DI MISURA

$[S] = V \cdot A$ Volt ampere

$[P] = W$

QUINDI

$$P = S \cdot \cos\varphi$$

E

FATTORE DI POTENZA

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \cos(\vartheta_V - \vartheta_I)$$

L'ANGOLO φ

E' ANCHE L'ANGOLO CARATTERISTICO DELL' IMPEDENZA ATTRAVERSATA DA $\bar{I}$ CON $\bar{V}$ AI SUOI CAPI

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V_m \angle \vartheta_V}{I_m \angle \vartheta_I} = \frac{V_m}{I_m} \angle \underbrace{\vartheta_V - \vartheta_I}_{\varphi}$$

RICORDANDO

$$\frac{V_m}{\sqrt{2}} = V_{eff}$$

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = I_{eff}$$

$$Z = \frac{V_{eff}}{I_{eff}} \angle \vartheta_V - \vartheta_I$$

FATTORE DI POTENZA

- IN RITARDO (O INDUTTIVO) QUANDO $0 < \varphi < 90°$ → CORRENTE IN RITARDO
- IN ANTICIPO (CAPACITIVO) $-90° < \varphi < 0$ → CORRENTE IN ANTICIPO

POTENZA APPARENTE COMPLESSA

DATI $\bar{V} = V_m \angle \vartheta_V$

$\bar{I} = I_m \angle \vartheta_I$

LA POTENZA COMPLESSA È $\bar{S} = \frac{1}{2} \cdot \bar{V} \cdot \bar{I}^*$ (COMPLESSO CONIUGATO)

$\bar{I}^* = I_m \angle -\vartheta_I$ (CAMBIA SEGNO)

$= \bar{V}_{RMS} \cdot \bar{I}^*_{RMS}$

$= V_{RMS} \cdot I_{RMS} \angle \vartheta_V - \vartheta_I$

$\angle \varphi = e^{j\varphi} = \cos\varphi + j \sin\varphi$

$\bar{S} = V_{RMS} I_{RMS} \cos\varphi + j V_{RMS} I_{RMS} \cdot \sin\varphi$

$\bar{S} = P + jQ$

P: POTENZA ATTIVA (MEDIA)

Q: POTENZA REATTIVA

$[Q] = V \cdot AR$ volt-ampere Reattivi

$Q = 0$ PER CARICHI RESISTIVI

$Q < 0$ " " CAPACITIVI

$Q > 0$ " " INDUTTIVI

$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{\bar{V}_{eff}}{\bar{I}_{eff}}$ (RMS) $\rightarrow \bar{V}_{eff} = \bar{Z} \cdot \bar{I}_{eff}$ $\quad \bar{I}_{eff} = \frac{\bar{V}_{eff}}{\bar{Z}}$

$\bar{I}^*_{eff} \cdot \bar{I}_{eff} = |\bar{I}_{eff}|^2$ → DIVENTA IL MODULO

$\bar{S} = \bar{V}_{eff} \bar{I}^*_{eff} = |\bar{I}_{eff}|^2 \cdot \bar{Z} = \frac{|\bar{V}_{eff}|^2}{\bar{Z}^*}$

$$\bar{S} = \bar{Z} \cdot I_{eff}^2 \quad \text{← MODULO}$$

$$\overset{!}{=} (R + jX) I_{eff}^2 = P + jQ$$

$$\bar{S} = R I_{eff}^2 + j X \cdot I_{eff}^2 \qquad [X] = \Omega$$

$$P = R \cdot I_{eff}^2 = \frac{V_{eff}^2}{R} = V_{eff} \cdot I_{eff} \cos\varphi$$

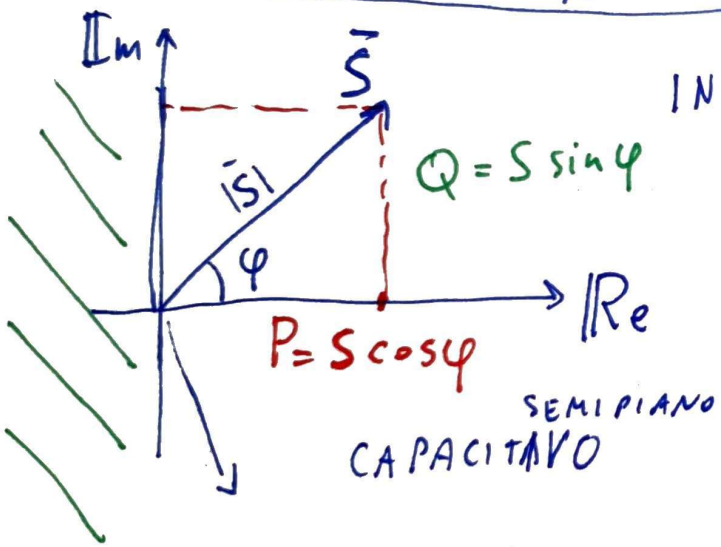
$$Q = X \cdot I_{eff}^2$$

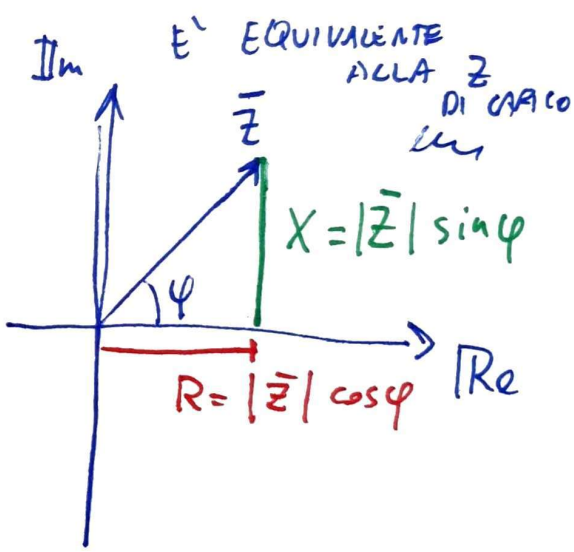
X · Reattanza

$$X_C = \frac{-1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

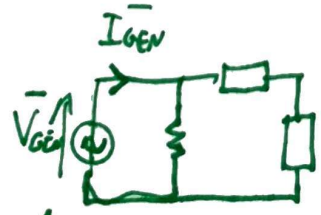
$$\overset{!}{=} \frac{V_{eff}^2}{X} = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin\varphi$$





CALCOLO DI POTENZA IN CIRCUITO CON + CARICHI
TEOREMA DI BOUCHÉROT

- $P_T = \sum P_i \quad [W]$
- $Q_T = \sum \pm Q_i \quad [VAR]$
- $|\bar{S}_T| = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \quad [VA]$



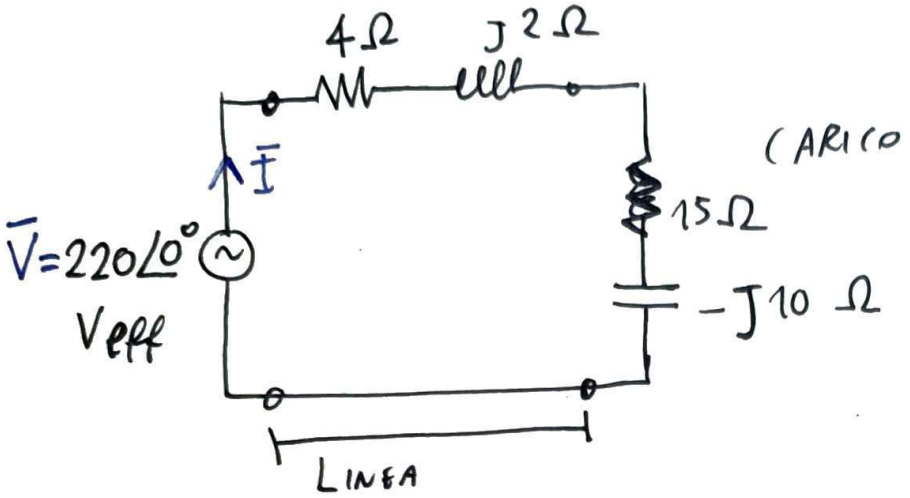
USO TENSIONE E CORRENTE DEL GENERATORE

CIL SUO ANGOLO È L'ANGOLO $\varphi_{TOT} = \vartheta_V - \vartheta_I$

OPPURE

$$\bar{S}_T = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots \bar{S}_N$$

FACCIO LA SOMMA VETTORIALE



CALCOLARE POTENZA REALE (MEDIA, ATTIVA) E REATTIVA ASSORBITE

(a) DAL GENERATORE

(b) DALLA LINEA

(c) DAL CARICO

$$\bar{S} = \bar{V}_{RMS}\,\bar{I}^{*}_{RMS} = P + jQ$$

(a) ABBIAMO GIÀ TENSIONE, MANCA LA CORRENTE

$$\bar{I}_{RMS} = \frac{\bar{V}_{RMS}}{\bar{Z}_{TOT}} =$$

← DI SOLITO SI INTENDE GIÀ RMS SENZA SPECIFICARLO

CALCOLATRICE CON N° COMPLESSI

$$\bar{Z}_{TOT} = 4 + J2 + (15 - J10) = (19 - J8)\ \Omega = 20{,}62\angle -22{,}8\ \Omega$$

$$\bar{I}_{RMS} = \frac{220\angle 0}{20{,}62\angle -22{,}8} = 10{,}67\angle +22{,}8\ \text{A}$$

$$\bar{S}_{GEN} = \bar{V}_{RMS} \cdot \bar{I}^{*}_{RMS} = 220\angle 0 \cdot 10{,}67\angle -22{,}8$$

$$= 2394\angle -22{,}8 = (2164 - J\,910{,}8)\ \text{VA}$$

P Q

GEN EROGA 2164 W E 911 VAR CAPACITIVI (-911 VAR) (7)

$\bar{S}_{linea} = \bar{V}_{linea}\ \bar{I}^*$ DOVE $\bar{V}_{linea} = \bar{Z}_{linea} \cdot \bar{I}$

Valori efficaci

$\bar{S}_{CARICO} = \bar{V}_{CARICO}\ \bar{I}^*$

OPPURE BOUCHEROT

$P_{CARICO} = P_{GEN} - P_{LINEA}$

$Q_{CARICO} = Q_{GEN} - Q_{LINEA}$

$\varphi_{TOT} = \arctan \frac{Q_{TOT}}{P_{TOT}}$

SOLUZIONI

$\bar{S}_{linea} = (445 + j\,228)$ VA — ASSORBE 445 W E 228 VAR INDUTTIVI

$\bar{S}_{carico} = (1708 - j\,1139)$ VA — ASSORBE 1708 W E 1139 VAR CAPACITIVI