

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (5 pt.) Studiare la funzione:

$$f(x) = ((x^2 - 1)x)^{1/3}.$$

Determinare in particolare: insieme di definizione, eventuali simmetrie, segno, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, derivata prima e derivata seconda, crescere e decrescere, concavità e convessità, punti di massimo e di minimo, punti di non derivabilità, punti di flesso. Disegnarne un grafico approssimativo.

2. (5 pt.) Determinare i seguenti limiti:

(a)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n (\log(n^2 + 1) - 2 \log(n))}{e^{\frac{1}{2} + \log(n)} + \sin(n)}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(e^{\frac{x^2}{2} + x} - 1 \right) \left(1 - \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right)}{\sin\left(\frac{x^3}{2}\right)}$$

3. (5 pt.)

(a) Stabilire il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2 5^{\frac{n}{2} + 1}}{(2n + 2)!}$$

(b) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^3 \frac{2x^2 + 9x + 1}{x^2 + 4x - 5} dx$$

4. (5 pt.) Fornire la definizione di successione $\{a_n\}$ limitata e fornire un esempio di successione limitata non convergente. È possibile trovare un esempio di successione convergente non limitata? Se sì, esibirlo, se no fornire una opportuna dimostrazione.
5. (5 pt.) Enunciare il teorema di Lagrange. Enunciare e dimostrare poi il test di monotonia per il crescere e decrescere delle funzioni.