

- **SCUOLA SECONDARIA**

- **Secondaria I grado**
- **Secondaria II grado**
- **Orientamento universitario**
- **Docenti**
- **Scervelliamoci un po'**

- **UNIVERSITÀ**

- **Analisi matematica di base**
- **Analisi superiore**
- **Geometria e algebra lineare**
- **Algebra, logica, teoria dei numeri e matematica discreta**
- **Statistica e probabilità**
- **Analisi numerica e ricerca operativa**
- **Pensare un po' di più**

- **ALTRE DISCIPLINE**

- **Fisica, fisica matematica, fisica applicata, astronomia**
- **Ingegneria**
- **Informatica**
- **Matematica per l'economia e per le scienze naturali**
- **Project management**

- **GIOCHI**

- **Giochi matematici**
- **Scacchi**
- **Torneo Scacchi**
- **TEMI GENERALI**
- **Generale**
- **The English Corner**
- **Leggiti questo!**
- **Annunci: cerco, offro**

- **VITA DA FORUM**

- **Questioni tecniche del Forum (NON DI MATEMATICA!)**
- **Presentazioni**

- [Indice](#) < [MATEMATICA per l'UNIVERSITA'](#) < [Statistica e probabilità](#)
- [Stampa pagina](#)

- [Cerca](#)
- [Iscriviti](#)
- [Login](#)

Confusione sull'applicazione della binomiale negativa

Moderatori: [luca.barletta](#), [tommik](#)

Regole del forum

Consulta il nostro [regolamento](#) e la guida per scrivere le [formule](#)

[Rispondi al messaggio](#)

3 messaggi • Pagina 1 di 1

- [Rispondi citando](#)

Confusione sull'applicazione della binomiale negativa

▣ da [Chebyshev](#) » 06/05/2014, 21:28

So che una squadra di calcio ha la probabilità di vincere una partita dello 0.0228. Qual è la probabilità che bisogna giocare 20 partite affinché si abbiano due vittorie?

Io applicherei la binomiale negativa, ma faccio confusione tra successi e insuccessi e non riesco ad applicarla. Qualcuno potrebbe aiutarmi? Ho un pò di confusione sulla binomiale negativa

[Chebyshev](#)

Starting Member



Messaggio: 3 di 10

Iscritto il: 04/05/2014, 09:05

[Top](#)

- [Rispondi citando](#)

[Re: Confusione sull'applicazione della binomiale negativa](#)

da [Sergio](#) » 07/05/2014, 11:06

Chebyshev ha scritto: Ho un pò di confusione sulla binomiale negativa

Non sei tu che fai confusione, è la binomiale negativa che viene definita in vari modi.

Sia "successo" la vittoria in una partita, sia p la sua probabilità. Indichiamo i successi (le vittorie) con 1 e gli insuccessi (le sconfitte e i pareggi) con 0. Una sequenza di 8 partite può essere indicata con 10010100, oppure con 00110001.

Sai che la probabilità di 3 successi su 8 partite, se p è la probabilità di successo, è data da $p^3(1-p)^{8-3}$, ma si deve tenere conto delle diverse possibili sequenze di successi e insuccessi, delle loro combinazioni, quindi si

moltiplica per il coefficiente binomiale $\binom{8}{3}$. Facile: è la distribuzione binomiale.

La binomiale negativa ha invece varie forme.

Si considera sempre quello che succede *prima dell'ultimo risultato d'interesse*. Una prima possibile confusione nasce dal fatto che l'ultimo risultato di interesse può essere visto sia come un "successo" che come un "insuccesso" nel senso comune. Ad esempio:

- quello che succede prima della terza vittoria: qui il risultato di interesse è una vittoria, un chiaro "successo";
- quello che succede prima della terza sconfitta: qui il risultato di interesse è una sconfitta; anche se è un "insuccesso" nel senso comune, va inteso come successo.

Nel caso del tuo esercizio si chiede quello che succede prima della seconda vittoria, quindi il risultato di interesse è una vittoria, un "successo" anche nel senso comune.

In ogni caso, il fatto che l'ultimo risultato in una sequenza di prove deve essere di un certo tipo (convenzionalmente inteso come successo anche se è un "insuccesso" nel senso comune), le sequenze del tipo 10010100 (finiscono con uno zero) non si considerano, ma si considerano solo quelle del tipo 00110001 (finiscono con uno).

Questo vuol dire che, se abbiamo 8 partite, le diverse possibili sequenze da considerare per il calcolo delle probabilità hanno lunghezza 7, perché l'ultimo elemento è fisso (è sempre uno).

In concreto, se hai 3 successi su 8 prove e ti interessa la probabilità di tutte le sequenze *che si concludano con un*

un successo (le combinazioni) non devi usare il coefficiente binomiale $\binom{8}{3}$, ma devi usare

$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2}$: le possibili combinazioni di due successi su sette prove. In sostanza, invece di usare un coefficiente binomiale del tipo $\binom{n}{k}$, se ne usa uno del tipo $\binom{n-1}{k-1}$.

Il resto rimane uguale, cioè il coefficiente binomiale "modificato" va comunque moltiplicato per $p^3(1-p)^{8-3} = p^3(1-p)^5$.

Indichiamo con n il numero delle prove (partite), con s il numero di successi, con f (failures, fallimento) il numero di insuccessi. Si ha ovviamente: $n = s + f$, $s = n - f$, $f = n - s$, quindi "quello che succede" può essere "quante prove prima di...", ma anche "quanti fallimenti prima di...".

Questo comporta che la variabile aleatoria X di cui si cerca la distribuzione può essere intesa in vario modo.

a) X = "numero f di fallimenti prima dell' s -esimo successo".

Hai n prove che terminano con un successo; consideri le $n - 1$ prove che precedono l'ultimo successo. In queste $n - 1$ prove ci sono f fallimenti e $s - 1$ successi, ovvero $n - 1 = f + s - 1$, quindi

$$P(X = f) = \binom{f + s - 1}{s - 1} p^s (1 - p)^{n - s}$$

In generale, però, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n - k}$; in questo caso,

$\binom{f + s - 1}{s - 1} = \binom{f + s - 1}{(f + s - 1) - (s - 1)} = \binom{f + s - 1}{f}$, quindi si usa più spesso la formula:

$$P(X = f) = \binom{f + s - 1}{f} p^s (1 - p)^f$$

Puoi notare che, essendo anche possibile una sequenza di soli successi, X può assumere anche il valore zero.

b) X = "numero n di prove prima dell' s -esimo successo": in questo caso hai una forma molto simile alla binomiale, in quanto basta "modificare" come detto sopra il coefficiente binomiale:

$$P(X = n) = \binom{n - 1}{s - 1} p^s (1 - p)^{n - s}$$

in cui $n \geq s$, cioè X non può assumere valori minori di s .

È questo il motivo per cui, nonostante questo secondo caso sia più intuitivo, in genere si preferisce la definizione

a), in cui i valori che X può assumere partono da zero.¹

Il caso b) è quello che fa al caso tuo:

- "affinchè si abbiano due vittorie" vuol dire che il risultato di interesse è la seconda vittoria, quindi intendi la vittoria come successo, ovvero intendi p come probabilità di vittoria; hai $p = 0.0228$ e $s = 2$;

- "Qual è la probabilità che bisogna giocare 20 partite" vuol dire che la tua variabile aleatoria X è il numero

delle partite $n = 20$;

- si usa la formula:

$$P(X = 20) = \binom{20 - 1}{2 - 1} (0.0228)^2 (1 - 0.0228)^{20-2} = \binom{19}{1} 0.0228^2 0.9772^{18} = 0.0065$$

Se invece la domanda fosse "Qual è la probabilità che bisogna subire 18 sconfitte prima della seconda vittoria?" si rientrerebbe nel primo caso:

$$P(X = 18) = \binom{18 + 2 - 1}{18} 0.0228^2 0.9772^{18} = 0.0065$$

Il risultato ovviamente è lo stesso, ma cambia il significato della variabile aleatoria.

Altra ipotesi: un esercizio del tipo "se la probabilità di vittoria è 0.0228, qual è la probabilità che si debbano giocare 20 partite prima della diciottesima sconfitta?" Ora cambia l'interpretazione di "successo" in quanto il risultato di interesse è la diciottesima sconfitta, quindi $p = 0.9772$ e $s = 18$. Si chiede quante partite, non quanti fallimenti, quindi sei ancora nel caso b), che ora diventa:

$$P(X = 20) = \binom{20 - 1}{18 - 1} p^{18} (1 - p)^{20-18} = \binom{19}{17} 0.9972^{18} 0.0228^2 = 0.0587$$

La probabilità è più alta perché cambia il valore del coefficiente binomiale:

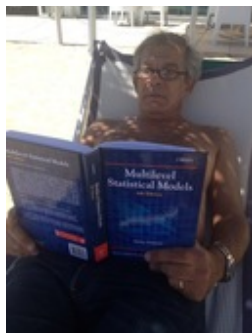
- nel caso del tuo esercizio, interessano le combinazioni di una vittoria in 19 partite (l'ultima si vince), che sono 19;
- nel caso dell'esercizio ipotizzato, interessano le combinazioni di 17 sconfitte in 19 partite (l'ultima si perde), che sono 171, tante quante quelle di 2 vittorie in 19 partite.

Spero di averti chiarito un po' la faccenda e, soprattutto, di non essermi confuso io 😊

Note

1. Si usa spesso chiamare "distribuzione di Pascal" una distribuzione il cui il numero dei successi sia intero, "binomiale negativa" una distribuzione in cui il numero dei successi sia reale. Può sembrare strano (un numero di successi sembra naturalmente un intero); puoi pensare ai "successi" come al numero di palline-gelato necessario per riempire una coppa: in una coppa possono entrare, tanto per fare un esempio, tre palline e mezza, non quattro. ↑

"Se vuoi un anno di prosperità coltiva del riso. Se vuoi dieci anni di prosperità pianta degli alberi. Se vuoi cento anni di prosperità istruisci degli uomini" (proverbio cinese). E invece... [viewtopic.php?p=236293#p236293](https://www.matematicamente.it/forum/viewtopic.php?p=236293#p236293)



[Sergio](#)

Cannot live without



Messaggio: 5643 di 6860

Iscritto il: 26/04/2004, 10:56

Località: Roma

- [Sito web](#)

[Top](#)

- [Rispondi citando](#)

[Re: Confusione sull'applicazione della binomiale negativa](#)

da [Chebyshev](#) » 07/05/2014, 13:07

Ciao Sergio.

Innanzitutto ti ringrazio per la disponibilità, la pazienza e l'attenzione che mi hai rivolto. Te ne sono profondamente grato. La tua spiegazione mi appare chiara, finalmente, dopo tanti giorni in cui ho provato a chiarire questa confusione.

Voglio allora mettermi alla prova risolvendo questo esercizio e risolvendolo, con la speranza, se vi sono errori, che tu possa correggermelo (e per questo ti ringrazio profondamente).

Ultima modifica di [hamming_burst](#) il 07/05/2014, 13:20, modificato 1 volta in totale.

Motivazione: *esercizio tagliato e ricopiato in nuovo filone*

[Chebyshev](#)

Starting Member



Messaggio: 4 di 10

Iscritto il: 04/05/2014, 09:05

[Top](#)

Visualizza ultimi messaggi: Ordina per

[Rispondi al messaggio](#)

3 messaggi • Pagina 1 di 1

[Torna a Statistica e probabilità](#)

Vai a: <input type="text" value="Statistica e probabilità"/> <input type="button" value="Vai"/>

Chi c'è in linea

Visitano il forum: Nessuno e 1 ospite

[Passa al tema per dispositivi mobili](#)

- [Indice](#)
- [Staff](#) • [Cancella cookie](#) • Tutti gli orari sono UTC + 1 ora

Powered by [phpBB®](#) Forum Software © phpBB Group
Traduzione Italiana [phpBBItalia.net](#) basata su phpBB.it 2010
[Privacy Policy](#) [Cookie Policy](#)

[Skuola.net](#) News è una testata giornalistica iscritta al Registro degli Operatori della Comunicazione.

Registrazione: n° 20792 del 23/12/2010.

©2000— Skuola Network s.r.l. Tutti i diritti riservati. — P.I. 10404470014.